

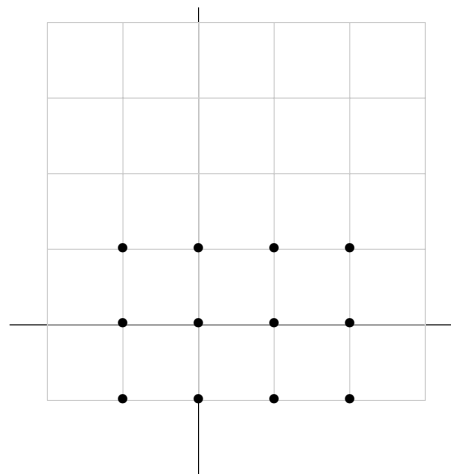
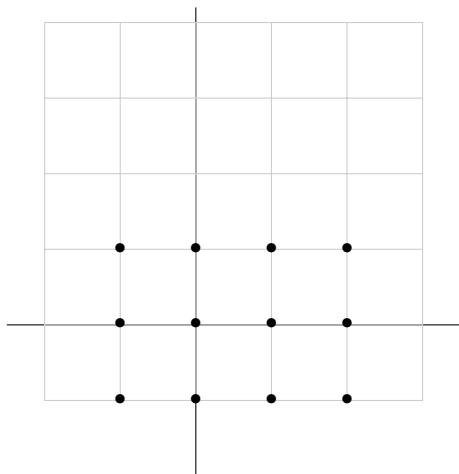
Résoudre une équation différentielle de la forme $y' + a(x)y = b(x)$, où a et b sont deux fonctions continues sur un intervalle donné I , consiste à trouver une fonction f définie et dérivable sur I et telle que $f'(x) + a(x)f(x) = b(x)$, pour tout $x \in I$.

C'est-à-dire qu'en chaque point de la courbe de la fonction f , le coefficient directeur de la tangente doit être égal à $f'(x) = b(x) - a(x)f(x)$.

1. Exprimer, en fonction de x , y , a et b , les coordonnées d'un vecteur directeur de la tangente à la courbe de f en chaque point de coordonnées (x, y) .

Dans la suite, on considère l'équation différentielle $y' - 2xy = x$, et f en désigne une solution.

2. Dessiner un vecteur directeur de la tangente à la courbe de f en chacun des points marqués sur le quadrillage ci-dessous à gauche :



3. Répéter l'opération sur le quadrillage de droite en dessinant cette fois des vecteurs tous de même longueur pour davantage de lisibilité.
4. Le programme python ci-dessous permet de dessiner ce type de champ de vecteurs.

```

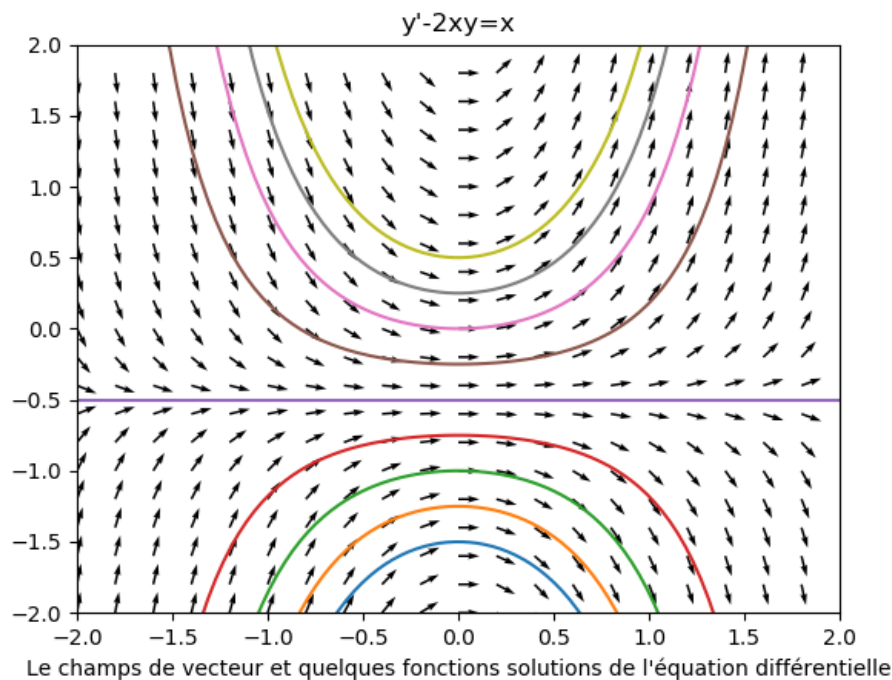
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 def norme(x,y):
5     return x/np.sqrt(x**2+y**2),y/np.sqrt(x**2+y**2) # normalisation
6 def F(x, y):
7     return norme(1, x+2*x*y) # fonction qui definit le champ de vecteur
8
9 xmin, xmax, dx = -2,2, 0.2
10 ymin, ymax, dy = -2,2, 0.2 # reseau de points en x,y

```

```

11 X,Y = np.meshgrid( np.arange(xmin, xmax, dx), np.arange(ymin, ymax,
    dy) ) # creation d'un reseau de points
12 Fx, Fy = F(X,Y) # calcule le champ de vecteur sur le reseau
13 plt.figure() # nouvelle figure
14 plt.quiver(X,Y,Fx,Fy) # dessine le champ de vecteurs
15 plt.title("y'-2xy=x")
16 plt.xlim(xmin, xmax)
17 plt.ylim(ymin, ymax) # pour limiter la fenetre d'affichage
18
19 a=np.linspace(xmin,xmax,100)
20 for k in np.linspace(-1,1,9):
21     plt.plot(a,k*np.exp(a*a)-1/2) # quelques solutions de l'eq. dif.
22 plt.show()

```



Pour chacune des équations différentielles ci-dessous, dessiner avec Python le champ de vecteurs correspondant, et lui associer une solution en la représentant sur le graphique.

$y' - 2y = e^x$ •	• $f(x) = e^{\frac{x}{2}} - x - 2$
$2y' - y = x$ •	• $f(x) = (\tan x + 1) \cos x$
$y' \cos x + y \sin x = 1$ •	• $f(x) = \frac{1}{5}e^{2x} - e^x$