

DEVOIR MAISON N° 7

Exercice 1

Calculer les intégrales.

1. $\int_0^1 \frac{1}{x^2 - x - 2} dx$

2. $\int_0^{\frac{\pi}{12}} e^{-2x} \sin(3x) dx$

3. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \sin^2 x dx$

4. $\int_0^1 \frac{e^x + 1}{e^x + x} dx$

5. $\int_1^2 \frac{\ln t}{t^2} dt$

Exercice 2

Déterminer la primitive F de la fonction f sur I qui vérifie la condition donnée.

1. $f(x) = \frac{1}{4x^2 + 3}$ sur $I = \mathbb{R}$, et $F\left(\frac{1}{2}\right) = 0$.

2. $f(x) = x(1 + \tan^2 x)$ sur $I = \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$, et $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$.

3. $f(t) = \frac{\sin^3 t}{\sqrt{\cos t}}$ sur $I = \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$, et $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0$.

Exercice 3

On considère les deux intégrales :

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x}{\cos x + \sin x} dx, \quad J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\cos x + \sin x} dx$$

1. Calculer $I+J$ et $I-J$.
2. En déduire les valeurs de I et de J .