

DEVOIR MAISON N° 7

Exercice 1

Les applications ci-dessous sont-elles injectives? surjectives? bijectives?

1. $(x, y) \mapsto 2y$ de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R} .
2. $(x, y) \mapsto (1, x - y, y)$ de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R}^3 .
3. $(x, y) \mapsto (2x + y, 3x - 2y)$ de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R}^2 .
4. $(x, y, z) \mapsto (x + y + z, x - y - z, x)$ de \mathbb{R}^3 dans \mathbb{R}^3 .

Exercice 2

On note f l'application de \mathbb{N} dans \mathbb{N} définie par $f(n) = n + 1$ et g l'application de \mathbb{N} dans \mathbb{N} définie par $g(n) = \begin{cases} n - 1 & \text{si } n \geq 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

1. Quelle est l'application $g \circ f$?
2. f et g sont-elles bijectives?
3. Quelle est la morale de cette histoire?

Exercice 3

Soit E un ensemble et f une application de E dans E telle que $f \circ f \circ f = f$.
Montrer que f est injective si et seulement si f est surjective.