Henry Briggs

La problématique des logarithmes telle qu'exposée par le mathématicien anglais Henry Briggs (1561-1630) consiste à faire se correspondre une progression arithmétique et une progression géométrique, qu'il choisit de raison 10 pour des raisons pratiques :

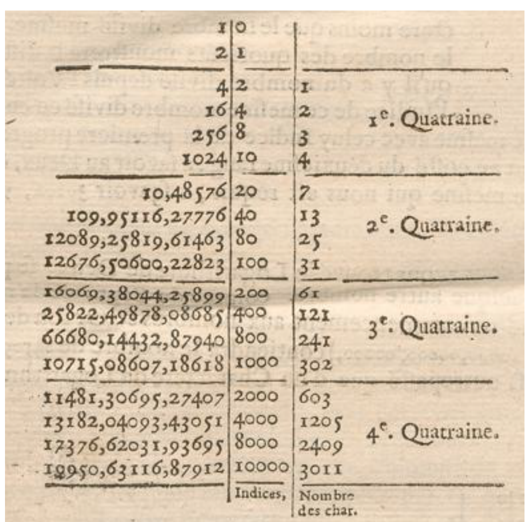
Nombres proportionnels	1	10	100	1 000	10 000	100 000
Logarithmes	0	1	2	3	4	5

1. Vérifier qu'au produit de deux nombres dans la première ligne correspond la somme de deux nombres dans la deuxième.

Pour compléter cette table, l'enjeu est de déterminer les logarithmes des nombres manquants de la première ligne, par exemple le logarithme de 2. Pour cela Briggs présente d'abord deux méthodes.

Première méthode : par les puissances

Pour approcher $\log 2$ par exemple, Briggs commence par chercher le nombre de chiffres du nombre $2^{10\,000}$:



1	0		
2	1		
4	2	1	1e. Quatraine.
16	4	2	
256	8	3	
1024	10	4	
10,48576	20	7	2e. Quatraine.
109,95116,27776	40	13	
12089,25819,61463	80	25	
12676,50600,22823	100	31	
16069,38044,25899	200	61	3e. Quatraine.
25822,49878,08685	400	121	
66680,14432,87940	800	241	
10715,08607,18618	1000	302	
11481,30695,27407	2000	603	4e. Quatraine.
13182,04093,43051	4000	1205	
17376,62031,93695	8000	2409	
19950,63116,87912	10000	3011	
	Indices,	Nombre des char.	

2. Combien le nombre $2^{10\,000}$ possède-t-il de chiffres ?
3. En déduire la valeur approchée de $\log 2$ au millième près par défaut.

Deuxième méthode : par les racines carrées

4. Calculer à la main $\sqrt{10}$ au millième près.

Briggs calcule la racine carrée de 10, puis la racine carrée du résultat, etc., cinquante-quatre fois :

	10	1,000
1	31622,77660,16837,93319,98893,54	0,50
2	17782,79410,03892,28011,97304,13	0,25
3	13335,21432,16332,40256,65389,308	0,125
4	11547,81984,68945,81796,61918,213	0,0625

…

50	10000,00000,00000,20451,06389,12051,946	0,00000,00000,00000,88817,84197,00125,23233,89053
51	10000,00000,00000,10225,53194,56025,921 *L*	0,00000,00000,00000,44408,92098,50062,61616,94526
52	10000,00000,00000,05112,76597,28012,947 *M*	0,00000,00000,00000,22204,46049,25031,30808,47263
53	10000,00000,00000,02556,38298,64006,470 *N*	0,00000,00000,00000,11102,23024,62515,65404,23631
54	10000,00000,00000,01278,19149,32003,235 *P*	0,00000,00000,00000,05551,11512,31257,82702,11815

Il remarque alors que pour les nombres $x < 10^{-15}$, $\log(1+x)$ est proportionnel à x.

5. Déduire de ce tableau une valeur approchée du coefficient de proportionnalité entre x et $\log(1+x)$ pour des $x < 10^{-15}$.
6. Écrire en langage python un programme qui détermine combien de fois il faut appliquer la fonction racine carrée à 2 avant d'obtenir un résultat inférieur à $1 + 10^{-15}$.
7. Compléter ce programme pour calculer une valeur approchée de $\log 2$.