

DEVOIR MAISON N° 10

Exercice 1

Soient $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ les suites réelles définies par :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n - v_n) + 2 \\ v_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + v_n) - 1 \end{cases} \quad \text{et} \quad u_0 = -4, \quad v_0 = -2$$

1. Montrer que la suite complexe de terme général : $z_n = u_n + i v_n$ converge vers un nombre complexe que l'on déterminera.
2. En déduire que les suites (u_n) et (v_n) convergent et déterminer leurs limites.

Exercice 2

On considère la suite complexe de terme général u_n définie par :

$$u_0 \in \mathbb{C} \quad \text{et} \quad \forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+1} = \frac{1}{3}(2u_n - \overline{u_n})$$

Étudier le comportement asymptotique de la suite (u_n) .